

CB2
BARÈME ET COMMENTAIRES

ECG1 MATHS APPLIQUÉES

BARÈMES ET EXIGENCES

Exercice : 33 points.

1. a. 3 points, 1 pour la continuité sur \mathbb{R}_+^* , 1 pour le calcul de limite de f en 0, 1 pour la conclusion et la continuité en 0.
b. 3 points, 1 pour l'argument sur \mathbb{R}_+^* , 1 pour le taux d'accroissement, 1 pour la limite et la conclusion sur la dérivabilité en 0.
c. 3 points, 1 pour le calcul de la dérivée sur \mathbb{R}_+^* , 1 pour sa limite en 0, 1 pour la conclusion.
2. a. 3 points, 1 pour le signe de la dérivée, 1 pour les variations, 1 pour la limite en $+\infty$. Si le calcul de la dérivée est fait à cet endroit, 1 point.
b. 2 points, 1 pour le calcul de la dérivée seconde, 1 pour son signe et la conclusion sur la convexité.
3. a. 1 point, c'est une rapide adaptation d'un point de cours.
b. 2 points, 1 pour la limite, 1 pour l'interprétation graphique.
c. 5 points, 4 pour le graphe de f (1 pour respecter les variations, 1 pour la valeur en 0 et la limite en $+\infty$, 1 pour la convexité, 1 pour le comportement asymptotique en $+\infty$), 1 point pour le graphe de la droite.
4. a. 2 points, 1 pour l'initialisation, 1 pour l'hérédité.
b. 1 point, le signe est facile à trouver une fois qu'on sait que $u_n \geq 0$.
c. 2 points, 1 pour le théorème de la limite monotone, 1 pour trouver la limite.
d. 3 points, 1 par ligne.
5. a. 2 points, 1 pour le télescopage, 1 pour le calcul de la somme partielle.
b. 1 point, on peut utiliser la question précédente, mais la série diverge grossièrement.

Exercice 2 : 36 points.

1. 3 points, 1 pour la loi (modélisation), 1 pour l'espérance, 1 pour la variance.
2. 1 point.
3. 3 points, 1 par ligne.
4. 3 points, 2 pour le programme (1 si l'esprit du programme est correct mais que la syntaxe est fausse), 1 pour l'interprétation (légèrement hors programme en 1ère année, la seule mention de l'espérance de T_2 suffit à rapporter 1 point).
5. 1 point, aucune justification n'est demandée.
6. a. 1 point, aucune justification n'est demandée.
b. 2 points, 1 pour utiliser l'indépendance des X_k à bon escient, 1 pour le calcul.
c. 2 points, 1 pour la formule des probas totales avec le bon système complet d'événements, 1 pour le calcul.

Date: 6 Juin 2025 8h30-12h30.

<http://louismerlin.fr>.

7. 2 points, 1 pour reconnaître la bonne série géométrique dérivée, 1 pour le calcul correct.
8. 5 points, 1 pour le support de Z_2 , 1 pour $\mathbb{P}([Z_2 = k])$, 1 pour citer reconnaître la loi (avec le bon paramètre), 1 pour l'espérance de T_2 , 1 pour sa variance à partir de celle de Z_2 .
9. a. 1 point, tous les mots clés doivent apparaître, ainsi qu'une explication pour le paramètre.
10. 1 point, pas grand chose à faire.
11. a. 2 points, 1 pour l'indépendance, 1 pour le calcul.
 b. 2 points, question un peu difficile, 1 pour écrire l'événement comme une réunion d'événements du type de la question précédente, 1 pour calculer la somme qui en découle.
 c. 1 pour $\mathbb{P}([T_3 = n]) = \mathbb{P}([Z_2 + Z_3 = n - 1])$, 1 pour la conclusion.

Exercice 3 : 25 points.

1. a. 1 point, question de cours.
 b. 3 points, 1 pour la résolution du système et les solutions présentées sous forme de vect(), 1 pour justifier que la famille est une base (il y a bien quelque chose à justifier!), 1 pour en déduire la dimension.
 c. 1 point, il suffit d'appliquer le théorème du rang.
 d. 2 points, 1 pour dire que l'image de f est engendrée par les images des vecteurs d'une base, 1 pour réduire cette famille à une famille libre (tous les arguments doivent figurer : expliquer pourquoi elle n'est pas libre dans un premier temps, puis expliquer que les deux vecteurs restants forment une famille libre car ils ne sont pas colinéaires).
2. a. 1 point, déjà plus ou moins fait à la question précédente.
 b. 2 points, 1 si tous les calculs sont bons, 1 s'ils sont presque bons.
 c. 2 points, idem.
3. 2 points, 1 par ligne.
4. 2 points.
5. 4 points, 1 pour chaque
6. a. 3 points, il faut repasser tout l'algorithme en revue, c'est long (mais facile).
 b. 1 point.

Exercice 4 : 15 points.

1. 2 points, 1 pour trouver le changement de variables, 1 pour sa réalisation.
2. a. 2 points, 1 pour expliquer en quoi le théorème fondamental de l'analyse s'applique ici (deux fois), 1 pour le calcul de la dérivée.
 b. 2 points, idem.
 c. 2 points, 1 pour l'équation caractéristique et ses racines, 1 pour les solutions de l'équation différentielle.
 d. 3 points, 1 pour $f(0)$, 1 pour $f'(0)$, 1 pour trouver les deux constantes dans la solution de l'équation différentielle.
3. 2 points, beaucoup de calculs.
4. 2 points, 1 pour l'analyse même succincte du nouveau problème, 1 pour la conclusion.

Orthographe, lisibilité, présentation : 7 points.

Total : 114 points. Divisés par 4 pour faire une note sur 20 (28,5 points en tout).

COMMENTAIRES GÉNÉRAUX / ERREURS FRÉQUENTES

Stratégie générale.

- Beaucoup d'efforts à faire encore pour prendre tous les points de présentation, l'orthographe est souvent problématique, plusieurs copies sont très sales ou illisibles, les résultats sont rarement mis en valeurs. On rappelle qu'il est nécessaire d'encadrer ses résultats pour conclure une réponse à une question.
- La gestion du temps n'est pas optimale, attention à se laisser suffisamment de possibilités pour au moins prendre les points faciles d'un exercice. Résoudre l'équation différentielle de l'exercice 4 par exemple se fait en moins d'une minute et ne présente aucune difficulté. Dommage de passer à côté.
- L'informatique fait la différence entre les bonnes et les très bonnes copies, et permet de temps en temps de rattraper une copie très moyenne. Il est indispensable de s'y investir, à la fois pendant les épreuves et pendant les révisions. Les questions informatiques de l'exercice 3 ne se prêtent pas à un apprentissage par cœur des programme classique (et tant mieux!).
- Il y a beaucoup d'indications à chercher dans la structure du sujet et il est toujours intéressant de l'analyser. En particulier, il aurait été judicieux de se demander à l'exercice 4, pourquoi on cherche à dériver f **après** avoir transformé f à la question 1.

Exercice 1.

- C'est de loin l'exercice le plus investi.
- Énormément de confusions sur la façon d'étudier la continuité d'une fonction construite par raccordement. On rappelle que l'argument " $f(0) = 0$, 0 est une constante, une constante est continue, donc f est continue en 0 " **ne marche pas**.
- Le taux d'accroissement à avoir avec la dérivabilité, pas avec la continuité.
- Peu de gens savent ce que signifie "être de classe \mathcal{C}^1 ".
- On rappelle que citer les croissances comparées pour un calcul de limite, alors que ce n'est pas approprié ne rapporte aucun point.
- Encore beaucoup de calculs de dérivée faux. Jusqu'à quand?!
- La limite de la question **3.a** se traite grâce au cours mais le résultat du cours doit être légèrement adapté (la réponse est -1).
- La question **3.b** demande d'utiliser un vocabulaire précis ("asymptote oblique"). Toute formulation vague du genre "lorsque x est grand, la courbe de f et la droite tendent à se confondre" n'est pas satisfaisante.
- Le théorème de la limite monotone ne prouve que l'**existence** de la limite mais ne donne pas sa valeur. Ici, ce n'est pas parce que la suite est minorée par 0 qu'elle tend vers 0 .

Exercice 2.

- Le niveau général de la classe pour cet exercice est inquiétant.
- La question 1 est une question de cours pure, il est inconcevable de ne pas repérer une loi uniforme ici, tout comme il est inconcevable de ne pas repérer une loi géométrique à la question **9.a**.
- Dans la même direction, il faut impérativement apprendre les caractéristiques des lois de probabilités usuelles de toute urgence.
- Il est très classique que les exercices de probas débutent par des questions de Python pour simuler l'expérience à laquelle on s'intéresse et conjecturer certains de ses aspects.
- Énormément d'erreurs de langage à la question **6** (des sommes d'événements, des intersection de probas, ...). Ces erreurs sont très lourdement pénalisées en ECG.
- La fin de cet exercice a été très peu touchée.

Exercice 3.

- Certaines personnes ont vraiment brillé en informatique, ignorer la partie algorithmique a fait perdre beaucoup de points.
- Beaucoup d'erreurs de langage aussi (des confusions entre un espace vectoriel et une famille de vecteurs, entre dimension et base, ...).
- On rappelle qu'un vecteur est une famille libre si et seulement si ce vecteur est non nul. L'argument était indispensable pour conclure à la question **1.b**.
- Au moins 90% d'erreurs de calculs dans les questions **2.b** et **2.c**.
- La fin de l'exercice est super mais trop originale pour en tirer beaucoup d'enseignement

Exercice 4.

- L'exercice a été considéré comme difficile l'année où il a été utilisé aux concours. Dans ce sujet aussi.
- Comme déjà évoqué, la question **2** ne peut se traiter qu'après avoir fait la **1**.
- La question **3** est une question qui a révélé des problèmes de logique.